

Vortragsübung 2

- V1) In dieser Aufgabe soll die Rollbewegung eines Flugzeuges stabilisiert werden. Unter Rollen versteht man die Drehbewegung eines Flugzeugs um seine Längsachse (Abbildung 2). Die Rollbewegung eines Flugzeugs wird in erster Linie mit den Querrudern gesteuert und kann durch die vereinfachte Regelstrecke [Lunze 1997]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{w}_t \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \dot{v}_t\end{aligned}$$

beschrieben werden, wobei φ der Rollwinkel, $\dot{\varphi}$ die Rollwinkelgeschwindigkeit, $x = [\varphi, \dot{\varphi}]$ der Zustand, $\dot{w}$ eine Störgröße (z.B. Windböe), $\dot{v}$ das Messrauschen und u die Stellung des Querruders ist. w_t und v_t seien Wiener Prozesse und ihre Ableitungen $\dot{w}_t$, $\dot{v}_t$ weißes Rauschen, d.h. es gilt: $E[w_t] = E[v_t] = 0$, $E[w_t v_t] = 0$, $E[w_t w_t] = \tilde{q} \cdot t$, $E[v_t v_t] = \tilde{r} \cdot t$ mit $0 \leq \tilde{q}$ und $0 < \tilde{r}$. Die Messgröße y ist der Rollwinkel φ . Entwerfen Sie einen LQG-Regler, der den Rollwinkel φ und die Rollwinkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ auf Null hält.

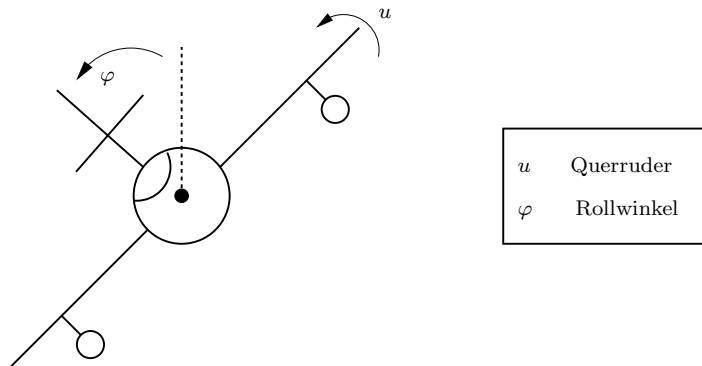


Abbildung 1: Rollbewegung eines Flugzeugs.

- Berechnen Sie den Filter-Vektor k_f des Kalman-Bucy-Filters.
- Berechnen Sie folgende Übertragungsfunktionen des Kalman-Bucy-Filters :

$$\begin{aligned}y \rightarrow \hat{x}_1 : \quad G_1(s) &= \frac{\hat{X}_1(s)}{Y(s)} \\ y \rightarrow \hat{x}_2 : \quad G_2(s) &= \frac{\hat{X}_2(s)}{Y(s)}.\end{aligned}$$

- Berechnen Sie nun den LQ-Regler, der das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty \left(x^T(t) \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + u^2(t) \right) dt$$

minimiert.

- d) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $K(s)$ des LQG-Reglers für $\tilde{q} = 4$, $\tilde{r} = 1$.
- e) Welche Amplituden-bzw. Phasenreserve garantiert der LQG-Regler?

V2) Das System

$$\dot{x} = x + u$$

soll durch einen LQ-Regler bezüglich des Gütekriteriums

$$J = \int_0^{t_e} (5x^2(t) + 4u^2(t)) \, dt, \quad t_e > 0$$

geregelt werden.

- a) Ist der resultierende LQ-Regler zeitvariant oder zeitinvariant?
- b) Bestimmen Sie den LQ-Regler, der das Gütekriterium J minimiert.
- c) Bestimmen Sie den LQ-Regler für $t_e \rightarrow \infty$, d.h. mit unendlichem Horizont.